

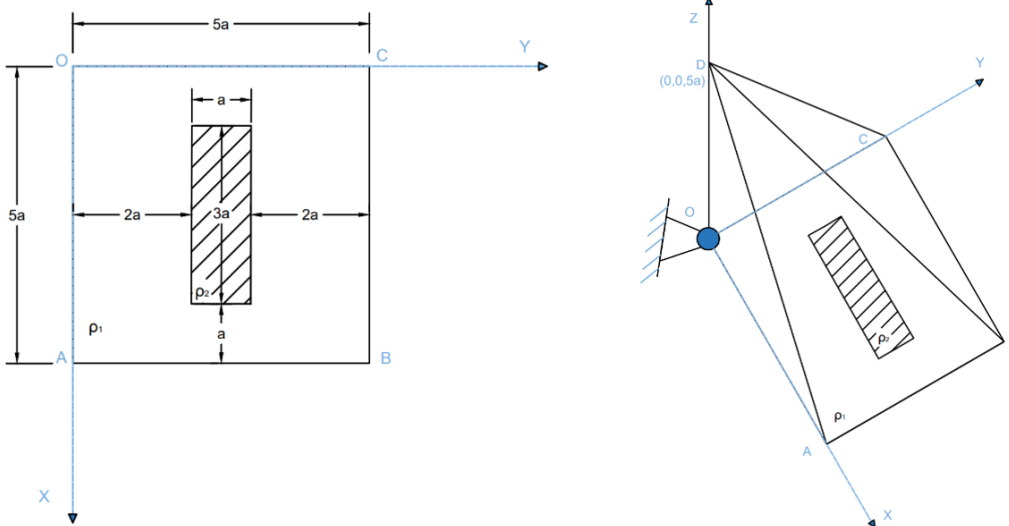
## MEHANIKA (kolokvijum)

1. Na kvadratnu ploču dimenzija  $5a \times 5a$  i promenljive gustine  $\rho_1 e^x$  postavljen je pravougaoni komad dimenzija  $3a \times a$  pozicioniran kao na Slici 1. Pravougaoni komad je sačinjen od materijala čija se gustina može predstaviti zavisnošću  $\rho_2 e^y$ . Ploču u horizontalnom položaju u odnosu na zid održava sferni zglob O i tri sajle prikačene u tačkama A, B i C kao na Slici 2. Zatezne sile u sajlama AD i CD iznose 15 000 N i 8 640 N respektivno.

a) Odrediti koordinate centra masa ploče i pravougaonog komada;

b) Odrediti gustinu  $\rho_2$  (numeričku vrednost);

ako su poznate sledeće vrednosti:  $a = 1$  m,  $d = 2$  cm (debljina ploče i debljina **pravougaonog komada koji stoji na ploči**),  $\rho_1 = 100$  kg/m<sup>3</sup>,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Kako je  $d \ll a$  pretpostaviti da se z komponente centra masa ploče i pravougaonog komada nalaze u istoj ravni (ravni xOy).

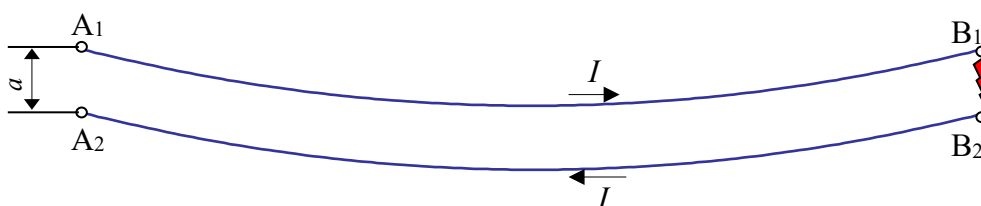


2. Dva aluminijumska provodnika nadzemnog voda, gornji (1) i donji (2), se nalaze u istoj vertikalnoj ravni. Tačke vešanja provodnika su na međusobnom vertikalnom rastojanju  $a=4$  m. Horizontalno rastojanje između tačaka vešanja je:  $\overline{A_1 B_1} = \overline{A_2 B_2} = 100$  m. Ugibi provodnika, koji nisu strujno opterećeni, su  $f_1=f_2=0,6$  m.

Usled međusobnog električnog kratkog spoja između tačaka  $B_1$  i  $B_2$  kroz provodnike je uspostavljena struja  $I=10$  kA koja uzrokuje elektromagnetske sile na provodnike koje teže da udalje provodnike. Pretpostaviti da elektromagnetske sile deluju ravnomerno na svaki dužni metar provodnika, a njena brojčana vrednost se može proračunati prema sledećoj jednačini:  $q \left[ \frac{N}{m} \right] = \frac{\mu_0}{2\pi a} I^2$ .

Proračunati mehaničko naprezanje u gornjem i donjem provodniku pre i neposredno nakon kratkog spoja i proveriti da li su provodnici mehanički preopterećeni.

Poznato je:  $A=300$  mm<sup>2</sup>,  $\gamma=2,7 \cdot 10^4$  N/m<sup>3</sup>,  $E=7 \cdot 10^{10}$  Pa,  $\sigma_d=7 \cdot 10^7$  Pa.



**Napomena:** Kolokvijum traje maksimalno 2 sata.

Dozvoljeno je korišćenje podsjetnika sa formulama na jednom papiru A4

Rešenje:

1.

$$dm_1(x) = \rho_1(x)dV = \rho_1 e^x \cdot 5a dx$$

$$X_{cm}^{(1)} = \frac{\int_0^{5a} X dm}{\int_0^{5a} dm} = \frac{\int_0^{5a} x \rho_1 e^x \cdot 5a dx}{\int_0^{5a} \rho_1 e^x \cdot 5a dx} = \frac{\int_0^{5a} x e^x dx}{\int_0^{5a} e^x dx} = \frac{4e^5 + 1}{e^5 - 1} = 4,034m$$

$$Y_{cm}^{(1)} = 2,5m$$

$$X_{cm}^{(2)} = 2,5m$$

$$Y_{cm}^{(2)} = \frac{\int_{2a}^{3a} Y dm}{\int_{2a}^{3a} dm} = \frac{\int_{2a}^{3a} y \rho_2 e^y \cdot 3a dy}{\int_{2a}^{3a} \rho_2 e^y \cdot 3a dy} = \frac{\int_{2a}^{3a} y e^y dy}{\int_{2a}^{3a} e^y dy} = \frac{2e^3 + e^2}{e^3 - e^2} = 2,582m$$

$$Q_1 = q \cdot 5a \cdot d \int_0^{5a} \rho_1 e^x dx = 14\,741 N$$

$$Q_2 = q \cdot 3a \cdot d \int_{2a}^{3a} \rho_2 e^y dy = 7,618 \rho_2$$

$$-S_a \frac{\sqrt{2}}{2} - S_b \frac{1}{\sqrt{3}} + X_0 = 0$$

$$Y_0 - S_c \frac{\sqrt{2}}{2} - S_b \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$Z_0 + S_c \frac{\sqrt{2}}{2} + S_b \frac{1}{\sqrt{3}} + S_a \frac{\sqrt{2}}{2} - Q_1 - Q_2 = 0$$

$$S_c \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5a + S_b \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 5a - Q_1 Y_{cm}^{(1)} - Q_2 Y_{cm}^{(2)} = 0$$

$$-S_a \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5a - S_b \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 5a + Q_1 X_{cm}^{(1)} + Q_2 X_{cm}^{(2)} = 0$$

$$S_b \frac{5}{\sqrt{3}} - 2,582 Q_2 = 6305,5 N$$

$$S_b \frac{5}{\sqrt{3}} - 2,5 Q_2 = 6432,2 N$$

$$S_b = 3566 N$$

$$Q_2 = 1545 N$$

$$\rho_2 = \frac{Q_2}{7,618} = 202,81 \frac{kg}{m^3}$$

2.

Provera da li je lančanica plitka:

$$f_1 = f_2 \leq 0,1l = \frac{10}{2}m = 5m$$

Proračun naprezanja pre kratkog spoja:

$$\sigma_1^{(0)} = \sigma_2^{(0)} = \frac{\gamma l^2}{2f_1} = 5,625 \cdot 10^7 Pa < \sigma_d$$

Proračun ekvivalentnih specifičnih težina lančanica:

$$q_{e1} = q - q_{em} = \gamma A - \frac{\mu_0 l^2}{2\pi a} = \gamma_{ekv1} A$$

$$\gamma_{ekv1} = \gamma - \frac{\mu_0 l^2}{2\pi a A}$$

$$\gamma_{ekv1} = 2,7 \cdot 10^4 - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^4)^2}{2\pi \cdot 4 \cdot 300 \cdot 10^{-6}} = 2,7 \cdot 10^4 - 1,667 \cdot 10^4 = 1,033 \cdot 10^4 \frac{N}{m^3}$$

$$\gamma_{ekv2} = \gamma + \frac{\mu_0 l^2}{2\pi a A} = 2,7 \cdot 10^4 + 1,667 \cdot 10^4 = 4,367 \cdot 10^4 \frac{N}{m^3}$$

Proračun dužine lančanice u beznapregnutom stanju umanjene za dužinu raspona:

$$f_1^3 - \frac{3}{4}l(2L_0 - 2l)f_1 - \frac{3\gamma l^4}{4E} = 0$$

$$(2L_0 - 2l) = \frac{f_1^3 - \frac{3\gamma l^4}{4E}}{\frac{3}{4}lf_1}$$

$$(2L_0 - 2l) = \frac{0,6^3 - \frac{3 \cdot 2,7 \cdot 10^4 \cdot 50^4}{7 \cdot 10^{10}}}{\frac{3}{4} \cdot 50 \cdot 0,6} = -0,070757 m$$

Proračun ugiba gornje lančanice pri kratkom spoju:

$$f_{1KS}^3 - \frac{3}{4}l(2L_0 - 2l)f_{1KS} - \frac{3\gamma_{ekv1}l^4}{4E} = 0$$

$$f_{1KS}^3 - \frac{3}{4} \cdot 50 \cdot (-0,070757)f_{1KS} - \frac{3 \cdot 1,033 \cdot 10^4 \cdot 50^4}{7 \cdot 10^{10}} = 0$$

$$f_{1KS}^3 + 2,6534f_{1KS} - 0,6920 = 0$$

$$f_{1KS} = 0,2546 m$$

Proračun ugiba donje lančanice pri kratkom spoju:

$$f_{2KS}^3 - \frac{3}{4}l(2L_0 - 2l)f_{2KS} - \frac{3}{4}\frac{\gamma_{ekv2}l^4}{E} = 0$$
$$f_{2KS}^3 - \frac{3}{4} \cdot 50 \cdot (-0,070757)f_{2KS} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4,367 \cdot 10^4 \cdot 50^4}{7 \cdot 10^{10}} = 0$$
$$f_{2KS}^3 + 2,6534f_{2KS} - 2,9241 = 0$$
$$f_{2KS} = 0,8613 \text{ m}$$

Proračun naprezanja obe lančanice pri kratkom spoju:

$$\sigma_{1KS} = \frac{\gamma_{ekv1}l^2}{2f_{1KS}} = \frac{4,033 \cdot 10^4 \cdot 50^2}{2 \cdot 0,2546} = 5,074 \cdot 10^7 \text{ Pa} < \sigma_d$$
$$\sigma_{2KS} = \frac{\gamma_{ekv2}l^2}{2f_{2KS}} = \frac{4,367 \cdot 10^4 \cdot 50^2}{2 \cdot 0,8613} = 6,338 \cdot 10^7 \text{ Pa} < \sigma_d$$